

Aufgabe 1 Transformationen

(6 Punkte)

1. Gegeben sei die Matrix $R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$. Beweisen Sie, dass es sich bei R um eine *Rotationsmatrix* handelt: 4 P.

$$R = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

2. Geben Sie die *inverse* Matrix R^{-1} zu R an. 1 P.

3. Gegeben sei die Verkettung einer Rotation und Translation in kartesischer Darstellung: 1 P.

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Überführen Sie die angegebene Transformation in eine *homogene Darstellung*.

Aufgabe 2 *Kinematik*

(7 Punkte)

1. Gegeben ist ein Roboter mit zwei Gelenken, der über die Transformationsmatrizen $A_{0,1}$ und $A_{1,2}$ beschrieben wird.

$$A_{0,1} = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 50 \cdot \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 50 \cdot \sin \theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_{1,2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(90^\circ) & -\sin(90^\circ) & 0 \\ 0 & \sin(90^\circ) & \cos(90^\circ) & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Bestimmen Sie die Transformationsmatrix $A_{0,2}$ von der Basis zum Endeffektor. 2 P.
- (b) Tragen Sie die DH-Parameter des Roboters in die Tabelle auf dem Lösungsblatt ein. 2 P.
2. Die Beziehung zwischen Endeffektor-Geschwindigkeit und Gelenkwinkelgeschwindigkeit wird gegeben durch: 3 P.

$$\dot{x}(t) = J_f(\theta(t)) \cdot \dot{\theta}(t)$$

Leiten Sie die Beziehung zwischen Drehmomenten in Gelenken $\tau(t) \in \mathbb{R}^n$ und Kräften und Momenten am Endeffektor $F(t) \in \mathbb{R}^6$ her. Geben Sie den Rechenweg an.

Aufgabe 3 *Dynamik*

(8 Punkte)

1. Das dynamischen Modell beschreibt die Beziehungen zwischen Kräften und Momenten in den Gelenken und den Positionen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der Armelemente.

(a) Geben Sie die allgemeine Bewegungsgleichung an.

1 P.

(b) Beschreiben Sie die einzelnen Ausdrücke und Terme der Gleichung und geben Sie deren Dimension an. Gehen Sie von einem System mit n Bewegungsfreiheitsgraden aus.

2 P.

2. In Abbildung 1 ist ein Roboter mit einem Rotationsgelenk dargestellt. Der Arm hat die Länge a_1 . Zur Vereinfachung wird die Masse des Armelements als Punktmasse m_1 am Ende des Arms modelliert. Durch die Einschränkungen des Systems kann q_1 als generalisierte Koordinate identifiziert werden.

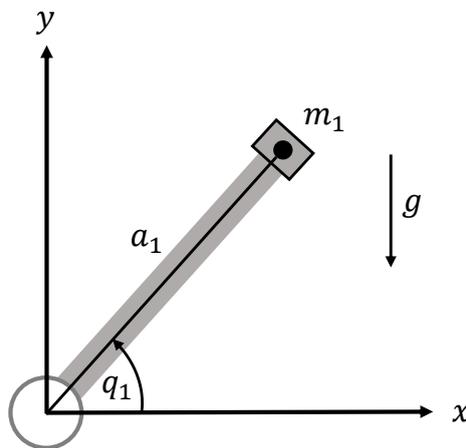


Abbildung 1: Roboter mit einem Rotationsgelenk.

(a) Wie kann die kinetische Energie E_{kin} und potentielle Energie E_{pot} des Systems in Abhängigkeit von q_1 beschrieben werden? Stellen Sie die Gleichungen auf.

2 P.

(b) Wie ist die Lagrange-Funktion $L(q, \dot{q})$ allgemein definiert? Geben Sie die Lagrange-Funktion für den in Abbildung 1 dargestellten Roboter an.

1 P.

(c) Um die generalisierten Kräfte τ_n des Roboters zu berechnen, soll nun basierend auf der Lagrange-Methode das Dynamikmodell abgeleitet werden. Die allgemeine Bewegungsgleichung sei gegeben durch

2 P.

$$\tau_n = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_n} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_n} .$$

Stellen Sie die Bewegungsgleichung des Roboters in Abbildung 1 in Abhängigkeit von q_1 auf.

Aufgabe 4 *Bewegungsplanung mit PRM* (6 Punkte)

1. Nennen Sie jeweils zwei Eigenschaften von PRM und RRT, in denen sich die beiden Algorithmen unterscheiden. 2 P.

2. Auf dem Lösungsblatt ist eine Roadmap abgebildet. Diese wurde für einen kreisförmigen Roboter mit dem Radius $r = 1$ erstellt. Dunkelgraue Flächen markieren Hindernisse im zweidimensionalen Arbeitsraum. Drei zufällige Positionen $a = (24, 10)$, $b = (13, 1)$ und $c = (26, 3)$ wurden erzeugt, um die Roadmap zu erweitern. 2 P.

Erweitern Sie die Roadmap auf dem Lösungsblatt, indem Sie a , b und c mit den nächsten drei Nachbarn verbinden, sofern dies auf direktem Weg möglich ist.

3. In Abbildung 2 sei eine Roadmap, in der eine A^* -Suche vom Startknoten A zum Zielknoten G begonnen wurde. Die Suche nutzt die Heuristik $h = 42$. Wegkosten c sind an den Kanten angegeben. Die Kosten g von bereits bearbeiteten Knoten sind in den Knoten angegeben. Der Startknoten A wurde bereits expandiert. 2 P.

Geben Sie die Reihenfolge an, in der A^* -Algorithmus die weiteren Knoten expandiert.

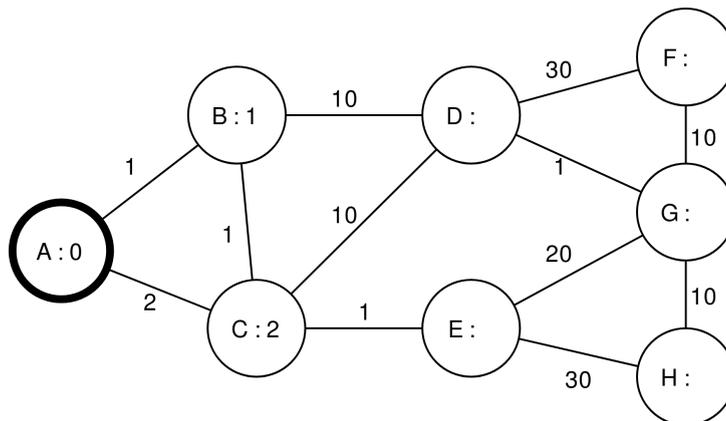


Abbildung 2: A^* -Suche in einer Roadmap.

Aufgabe 5 *Greifen*

(6 Punkte)

1. Erklären Sie die Unterschiede zwischen Greifanalyse und Greifsynthese. Welche Werte sind gegeben und welche werden gesucht? 2 P.

2. In der Vorlesung wurden kraftgeschlossene Griffe behandelt.
 - (a) Was bedeutet es anschaulich, wenn ein Griff kraftgeschlossen ist? 1 P.
 - (b) Nennen Sie zwei Qualitätsmaße zur Bewertung von Griffen. 1 P.

3. Um einen Griff für die Ausführung auf einer Roboterhand zu beschreiben, wird u. a. der Annäherungsvektor verwendet.
 - (a) Was ist der Annäherungsvektor? 1 P.
 - (b) Geben Sie zwei weitere Parameter zur Beschreibung eines Griffs an. 1 P.

Aufgabe 6 *Bildverarbeitung*

(7 Punkte)

1. Was bedeutet Kamerakalibrierung?

1 P.

2. Gegeben sei das RGB-Bild B :

3 P.

$$B_R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \quad B_G = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B_B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Korrelieren Sie das Bild mit dem Filter g , welcher aus den drei Filtermatrizen

$$g_R = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad g_G = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad g_B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

besteht. Wenden Sie dafür die jeweiligen Filtermatrizen auf die entsprechenden Bildkanäle an, um B'_R , B'_G und B'_B zu erhalten. Ignorieren Sie dabei Randpixel, d. h. die Ergebnisse haben weniger Pixel als die Eingabebilder.

3. Folgende Punkte in \mathbb{R}^3 beschreiben ein Dreieck:

$$p_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad p_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad p_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Nach einer Transformation des Dreiecks sind die neuen Eckpunkte:

$$p'_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad p'_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad p'_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Die Punkte p'_1 , p'_2 und p'_3 sollen schrittweise zum Ursprungsdreieck zurück transformiert werden. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

(a) Bestimmen Sie den Gradienten $\nabla F_T \in \mathbb{R}^3$ der Fehlerfunktion $F_T \in \mathbb{R}$.

1 P.

$$\nabla F_T = \left(\frac{\partial F_T}{\partial x}, \frac{\partial F_T}{\partial y}, \frac{\partial F_T}{\partial z} \right)^T \quad F_T = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \|p'_i - p_i\|^2.$$

(b) Eine Aktualisierungsfunktion mittels Gradientenverfahren ist gegeben durch:

2 P.

$$p'_{i,n} = p'_{i,n-1} - \alpha \cdot \nabla F_T$$

Berechnen Sie den ersten Schritt $n = 1$ der Aktualisierungsfunktion für p_1 bei der Schrittweite $\alpha = \frac{3}{4}$.

Aufgabe 7 *Symbolisches Planen*

(5 Punkte)

1. Nennen und beschreiben Sie die fünf Teile eines STRIPS-Zustandsraums Θ . 2 P.
2. Gegeben sei eine Planungsdomäne mit dem initialen Zustand I (siehe Abbildung 3) und dem Aktionsraum A (siehe Abbildung 4).

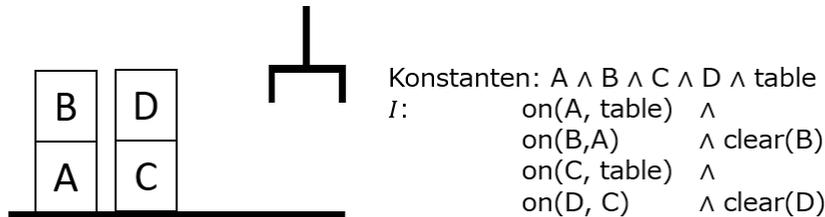


Abbildung 3: Initialer Zustand I .

Name: putOn(?B1, ?B2, ?from)	Vereinfachung: <ul style="list-style-type: none"> • ?B1 ≠ ?B2 • ?B1 ≠ ?from • ?B2 ≠ ?from • ?B2 ≠ table
Vorbedingung: clear(?B2) ∧ clear(?B1) ∧ on(?B1, ?from)	
Add-List: clear(?from) ∧ on(?B1, ?B2)	
Delete-List: clear(?B2) ∧ on(?B1, ?from)	
Name: putOnTable(?B1, ?from)	
Vorbedingung: clear(?B1) ∧ on(?B1, ?from)	
Add-List: clear(?from) ∧ on(?B1, table)	
Delete-List: on(?B1, ?from)	

Abbildung 4: Aktionsmenge A .

Führen Sie den ersten Schritt einer Breitensuche im Zustandsraum der Planungsdomäne durch. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

- (a) Geben Sie die ClosedList \mathcal{C} nach der Expansion an. 1 P.
- (b) Geben Sie den Zustand (als Prädikatenliste) nach Ausführung der Aktion putOn(B, D, A) an. 1 P.
- (c) Geben Sie alle weiteren parametrisierten Aktionen an, die im initialen Zustand I ausführbar sind. 1 P.

Lösungsblätter zur Klausur

Robotik I: Einführung in die Robotik

am 11. März 2019, 14:00 – 15:00 Uhr

Name:	Vorname:	Matrikelnummer:
-------	----------	-----------------

Aufgabe 1	von 6 Punkten
Aufgabe 2	von 7 Punkten
Aufgabe 3	von 8 Punkten
Aufgabe 4	von 6 Punkten
Aufgabe 5	von 6 Punkten
Aufgabe 6	von 7 Punkten
Aufgabe 7	von 5 Punkten

Gesamtpunktzahl:	
-------------------------	--

	Note:
--	--------------

Name:

Vorname:

Matr.-Nr.:

2

Aufgabe 1 *Transformationen*

1. Beweis, dass R eine Rotationsmatrix ist:

2. Inverse Matrix R^{-1} :

3. Homogene Darstellung:

Aufgabe 2 *Kinematik*

1. (a) Transformationsmatrix $A_{0,2}$:

$$A_{0,2} =$$

(b) DH-Parameter des Roboters:

<i>Gelenk</i>	θ_i [°]	d_i [mm]	a_i [mm]	α_i [°]
G1				
G2				

Name:

Vorname:

Matr.-Nr.:

4

2. Herleitung:

Aufgabe 3 *Dynamik*

1. (a) Bewegungsgleichung:

(b) Beschreibung der Terme (mit Dimensionen):

Ausdruck	Dimension	Beschreibung

2. (a) Kinetische und potentielle Energie:

$$E_{kin,1} =$$

$$E_{pot,1} =$$

(b) Lagrange-Funktion (allgemein und eingesetzt für den Roboter):

$$L(q, \dot{q}) =$$

$$L(q_1, \dot{q}_1) =$$

(c) Generalisierte Kräfte:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} =$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right) =$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} =$$

$$\tau_1 =$$

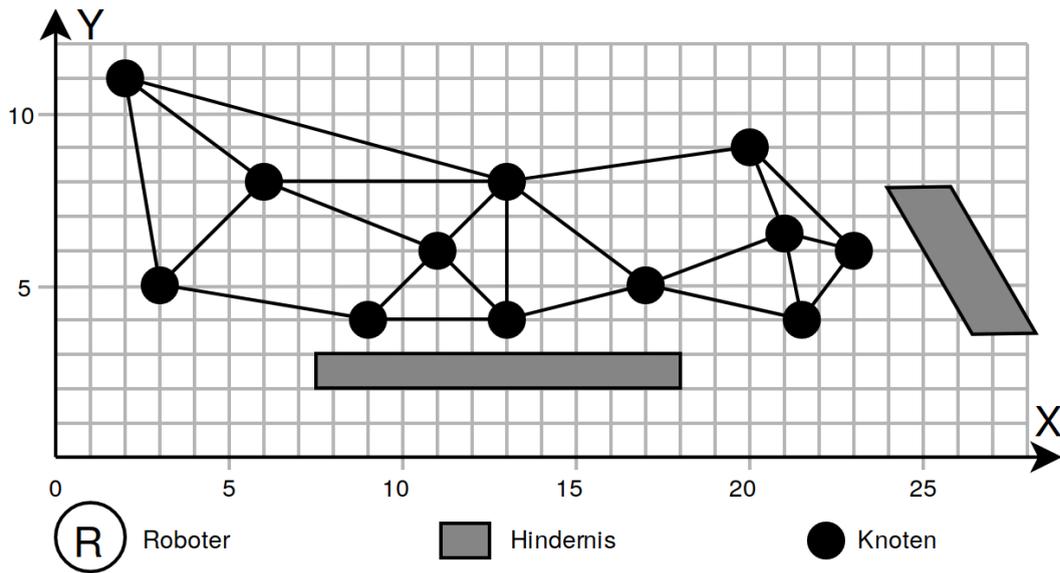
Aufgabe 4 *Bewegungsplanung mit PRM*

1. PRM vs. RRT:

PRM	RRT

2. Erweiterung der Roadmap um die drei Samples:

$$a = (24, 10), b = (13, 1), c = (26, 3)$$



3. Expansionsreihenfolge:

A,

Aufgabe 5 *Greifen*

1. (a) Greifanalyse:

i. Gegeben:

ii. Gesucht:

(b) Greifsynthese:

i. Gegeben:

ii. Gesucht:

2. (a) Bedeutung der Kraftgeschlossenheit:

(b) Zwei Qualitätsmaße:

i.

ii.

3. (a) Annäherungsvektor:

(b) Zwei weitere Parameter:

i.

ii.

Aufgabe 6 *Bildverarbeitung*

1. Kamerakalibrierung:

2. Korrelation von B mit g :

$$B'_R =$$

$$B'_G =$$

$$B'_B =$$

Name:

Vorname:

Matr.-Nr.:

10

3. ICP:

(a) Gradient der Fehlerfunktion:

(b) Erster Schritt der Aktualisierungsfunktion für p_1 :

Aufgabe 7 *Symbolisches Planen*

1. STRIPS-Zustandsraum Θ :

Symbol	Beschreibung

2. (a) ClosedList:

(b) Zustand nach $\text{putOn}(B, D, A)$:

(c) Weitere parametrisierte Aktionen: